

ISSN 1519-4612

Universidade Federal Fluminense

**TEXTOS PARA DISCUSSÃO**

**UFF/ECONOMIA**

Universidade Federal Fluminense

Faculdade de Economia

Campus do Gragoatá, São Domingos, Bloco F, Niterói/RJ

CEP: 24210-201 Tel.: (0xx21) 2629-9692

<http://www.proac.uff.br/econ/>

Editor: Luiz Fernando Cerqueira; lcer@uol.com.br; lfcerqueira@economia.uff.br.

**Estratégias de Investimento em  
Portfólios em Períodos de Incerteza  
no Mercado Financeiro**

**André Barbosa Oliveira\***  
**Pedro Luiz Valls Pereira\*\***

TD 331  
Novembro/2017

© \*Professor Adjunto da Faculdade de Economia da UFF. E-mail: lcer@uol.com.br.

\*\* Professor da Escola de Economia de São Paulo (EESP) da Fundação Getúlio Vargas.

**RESUMO**

O mercado financeiro possui não linearidades, com comportamento dos retornos das ações diferente nos períodos de alta e baixa do mercado. Este artigo estuda portfólios com estimativas do modelo multivariado com mudança de regime e desenvolve estratégias de investimento nos portfólios na presença de incerteza quanto ao estado de alta ou baixa do mercado de ações. Os portfólios foram aplicados para as principais ações do Ibovespa. Os portfólios propostos ofereceram o melhor desempenho para o período analisado.

**Palavras-chave:** Otimização de Portfólios; Cadeias de Markov; Modelos de Série Temporal Multivariados com Mudança de Regime Markoviana.

**ABSTRACT**

The financial market has non-linear patterns, with behavior of returns different in the bull and bear periods of the market. This article studies portfolios with estimates of the multivariate model with change of regime and develops investment strategies in the portfolios in presence of uncertainty about the states bull or bear of the stock market. The portfolios were applied for the main shares of Brazilian market index Ibovespa. The proposed portfolios performed better for the analyzed period.

**Key-words:** Portfolio Optimization; Markov Chain; Multivariate Time Series Models with Markov Switch.

**JEL:** G11; C34.

## **Estratégias de Investimento em Portfólios em Períodos de Incerteza no Mercado Financeiro<sup>♦</sup>**

### **1. Introdução**

As decisões de investimento em ações no mercado financeiro estão sujeitas a incerteza, ao investirmos em uma ação não sabemos se o retorno será positivo ou negativo. O investimento em uma carteira de ativos de risco é a estratégia ótima para gerenciar os riscos e minimizar a variabilidade dos resultados.

A escolha ótima de investimento em ativos de risco deriva portfólios com base em soluções que dependem do retorno e riscos esperados, onde plugamos no problema de otimização os estimadores de média, variância e correlações. Erros amostrais dos estimadores em relação aos retornos e riscos realizados vão implicar em baixa performance dos portfólios otimizados (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

A literatura de investimentos possui alternativas para controlar o erro das estimativas. Modelos fatoriais fornecem estimativas da média e variância parametrizada pelos fatores simplificando o processo de estimação e tornando robustas as estimativas de correlações a choques específicos a um ativo (CHAN; KARCESKI; LAKONISHOK, 1999; SHARPE, 1963). Michaud (2008) propõe o portfólio por re-amostragem, onde emprega-se simulações dos retornos possíveis para atenuar o erro das estimativas sobre os portfólios otimizados. Outras abordagens propõem diferentes estimadores para a matriz de variância covariância (LEDOIT; WOLF, 2004; DEMIGUEL; NOGALES, 2009).

Os retornos das ações são séries temporais financeiras que apresentam comportamentos não lineares. Em determinados períodos de tempo o mercado esta em alta e os preços se difundem suavemente com retornos de pouca dispersão, em outros períodos o mercado esta em baixa e os preços possuem maior perturbação com maiores retornos (geralmente negativos) e mais dispersão. Diferentes modelos descrevem as características não lineares das séries financeiras, como os modelos de volatilidade

---

<sup>♦</sup> Uma versão preliminar deste artigo beneficiou-se dos comentários de Marcelo Fernandes (FGV-SP), Emerson Marçal (FGV-SP), Marcos Eugênio da Silva (FEA/USP) e Flávio Augusto Ziegelmann (Departamento de Estatística e PPGE/UFRGS). Quaisquer erros são de responsabilidade dos autores.

GARCH (TSAY, 2010); os modelos para a previsão da média não lineares (FRANSES; DIJK, 2000) ; e modelos não lineares para média e variância (HAMILTON, 1994).

Os modelos de série de tempo com mudança de regime descrevem a transição das séries temporais financeiras entre regimes de alta e baixa dos preços das ações, bem como dinâmica de dependência diferente durante os períodos de alta e baixa no mercado financeiro. No modelo de volatilidade ARCH com mudança de regime - SWARCH (HAMILTON; SUSMEL, 1994) a volatilidade muda ao longo do tempo entre os estados de baixa e alta volatilidade, onde a volatilidade aumenta de escala por um fator multiplicativo quando ocorre transição do estado de baixa para alta volatilidade. Os modelos de volatilidade com mudança de regime foram estendidos a variadas especificações GARCH (KLAASSEN, 2002). Aplicações dos modelos de volatilidade com mudanças de regime na literatura brasileira estão em Valls Pereira & Oliveira (2011), Santana e Bueno (2008), Valls Pereira et al (1999).

Os modelos com mudança de regime também são aplicados em finanças para dependência entre series temporais na especificação de cópulas com mudança de regime (SILVA; ZIEGELMANN; DUEKER, 2012), com estrutura de dependência entre as séries diferentes nos períodos de crise e normalidade no mercado financeiro. Outros estudos desenvolvem abordagens de regras técnicas de operação no mercado financeiro baseadas em estimadores com mudança de regime (ALMEIDA; VALLS PEREIRA, 2002) e com abordagens com dinâmica de dependência na duração dos estados com mudança de regime (MENDES; MOURA; CALDEIRA, 2016).

O objetivo deste artigo é efetuar a otimização de carteiras com os estimadores com mudança de regime, para a média e variância, e estudar estratégias de investimentos em portfólios quando os estimadores possuem mudança de regime Markoviana. Queremos desenvolver estratégias de alocação de portfólio frente a incerteza quanto ao estado de alta ou baixa no mercado financeiro. Os estimadores da média e matriz de variância-covariância com mudança de regime são aplicados aos portfólios tradicionais da análise de alocação de ativos de risco: o portfólio de variância mínima global e o portfólio tangente.

Neste estudo empregamos os portfólios padrão apenas alterando os estimadores de risco e retorno permitindo mudança de regime. Diferente de Oliveira & Valls Pereira (2014), que estudam as escolhas ótimas de portfólio quando o processo gerador dos dados possui mudança de regime.

Os portfólios são executados com dados das principais ações brasileiras pertencentes ao índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa). Entre os portfólios baseados nos estimadores com mudança de regime se destaca o portfólio tangente, que apresentou melhor desempenho nos anos de alta no mercado de ações a despeito da grande incerteza do mercado. Nos anos de baixa do Ibovespa o melhor desempenho foi dos portfólios com estimativas com mudança de regime e vendas a descoberto.

Após esta introdução, a seção 2 apresenta os modelos com mudança de regime multivariados para os retornos das ações. Na seção 3 temos a descrição dos portfólios de referência empregados e das estratégias de investimento nos portfólios. Na seção 4 são apresentados os dados e avaliadas as características empíricas de comportamento com mudança de regime para ações no mercado financeiro brasileiro. Na seção 5 discute-se o efeito das estimativas com mudança de regime sobre o desempenho dos portfólios em termos de rendimento e risco. A seção 6 encerra o artigo com as considerações finais.

## **2. Modelos de Série Temporal Multivariados com Mudança de Regime**

A escolha sobre ativos de risco envolve incerteza, com um conjunto de resultados possíveis para o retorno com uma dada probabilidade. A análise dos ativos de risco ao invés de comparar as distribuições de probabilidade das diferentes oportunidades de investimento, avalia os portfólios por sua média e variância que caracterizam suas distribuições de probabilidade. Desta forma a escolha ótima de portfólio é feita no espaço média variância.

Para seleção ótima de portfólios usamos estimadores do retorno esperado dos ativos, estimado por sua média, e do risco estimado pela sua variância. A abordagem tradicional aplica os estimadores da média, variância e covariância amostrais para implementar os portfólios. Diferentes estimadores para a média e variância podem minimizar o erro amostral das estimativas e aprimorar o desempenho dos portfólios.

Considerando a característica de mudança de regime para as séries temporais financeiras (FRANSES; DIJK, 2002; HAMILTON; SUSMEL, 1994), com mudança de seu comportamento e dinâmica ao longo do tempo, vamos empregar os modelos com mudança de regime na otimização de portfólio. Os modelos de série de tempo com mudança de regime permitem alterações no tempo dos parâmetros de dependência autoregressiva e média móvel na equação da média e também da equação da variância

em cada estado, descrevendo dinâmica de dependência da série temporal nos momentos de alta diferente dos períodos de baixa no mercado financeiro.

Como a dependência dos retornos das ações tende a ser reduzida, vamos considerar a distribuição conjunta dos retornos dos ativos por uma distribuição normal multivariada com mudança de regime markoviana. Este modelo é caracterizado por dois processos estocásticos que descrevem os retornos dos ativos financeiros: uma distribuição normal multivariada com vetor de retornos esperados e matriz de variância covariância em cada estado; e um modelo probabilístico que descreve a realização dos estados ao longo do tempo por um processo de markov de primeira ordem.

O modelo de distribuição normal multivariada com mudança de regime markoviana é gerado por uma distribuição condicional aos estados  $R_t|S_t \sim N(\mu(S_t), \Omega(S_t))$ , onde o vetor de retornos esperados é  $\mu(1)$  e a matriz de variância covariância  $\Omega(1)$  quando o regime é o de baixa,  $S_t = 1$ ; e vetor de retornos esperados é  $\mu(2)$  e matriz de variância covariância  $\Omega(2)$  quando o regime é o de alta,  $S_t = 2$ . Por sua vez, o estado ou regime é uma variável aleatória descrita por um processo de markov.

O processo de markov é um processo estocástico que se realiza sobre um conjunto de estados ao longo do tempo, onde a probabilidade do regime no próximo período condicional a todas as realizações passadas depende apenas do regime corrente e independe de todos os estados passados  $P\{S_{t+1}|S_t, S_{t-1}, \dots, S_0\} = P\{S_{t+1}|S_t\}$ . Num processo de markov a partir de um estado inicial ocorre uma seqüência de estados, que descreve a evolução do estado não observável ao longo do tempo, com os retornos dos ativos transitando entre os regime de baixa e alta. Como faremos a análise dos retornos sem dependência da série sobre a média e variância, a dependência temporal é exclusivamente oriunda da cadeia de markov.

No modelo com mudança de regime os retornos transitam entre os estados de alta e baixa de acordo com a probabilidade de transição entre o estado  $i$  em um período para o estado  $j$  no período em seqüência,  $P_{ij} = P\{S_{t+1} = j|S_t = i\}$ . Como as probabilidades são positivas as probabilidades de transição devem ser positivas e a soma das probabilidades de transição entre o estado corrente  $i$  para todos os estados possíveis no período seguinte devem somar a unidade,  $\sum_{j=1}^2 P_{ij} = 1$ . A partir da estimação dos parâmetros podemos fazer a inferência de que as observações dos retornos das ações

estão no regime de alta ou de baixa, pela probabilidade do regime condicional as observações  $P\{S_t\} = \frac{P\{R_t|S_t\}}{P\{R_t\}}$ .

A estimação dos modelos com mudança de regime é feita a partir da sua distribuição marginal  $f(R_t) = \sum_{s_t=1}^2 f(R_t|S_t) * P\{S_t\}$  utilizando o algoritmo EM (KIM; NELSON, 1999). Dado uma inicialização dos parâmetros estimados  $\theta_i$  são estimadas as probabilidades dos regimes e maximizada a função de log-verossimilhança iterativamente, até que o processo converge na n-ésima iteração  $|\theta_n - \theta_{n-1}| < \delta$ , para um desvio de tolerância  $\delta$ .

No modelo de distribuição normal multivariada com mudança de regime as previsões do vetor de retornos esperado e da matriz de variância covariância são obtidas pela esperança dos retornos condicionais aos estados no próximo período:

$$E\{R_{t+1}|t\} = \mu(1) * P\{S_{t+1} = 1\} + \mu(2) * P\{S_{t+1} = 2\},$$

$$VARCOV\{R_{t+1}|t\} = \Omega(1) * P\{S_{t+1} = 1\} + \Omega(2) * P\{S_{t+1} = 2\}$$

; onde  $P\{S_{t+1}\}$  é a probabilidade prevista do regime para o próximo período.

### 3. Portfólios Média Variância e Estratégias de Investimento

Os portfólios ótimos na análise média variância podem ser obtidos a partir das preferências dos investidores de acordo com a sua aversão ao risco, ou pela escolha ótima numa carteira com o ativo livre de risco e ativos arriscados. Os dois portfólios de referência considerados neste trabalho são o portfólio de variância mínima global e o portfólio tangente.

#### (a) Portfólio de Variância Mínima Global (Minimum Variance Portfolio - MVP)

O portfólio de variância mínima global é o portfólio de mínimo risco entre todos os portfólios eficientes, sendo uma opção de portfólio conservador. Considerando que os investidores preferem maior retorno esperado a menor e são avessos ao risco, um investidor com aversão ao risco suficientemente grande escolheria otimamente investir sua riqueza em ativos arriscados de acordo com o portfólio de variância mínima. O portfólio de variância mínima global é a solução do problema de otimização:

$$\begin{aligned} & \min_{\{w\}} w' \Omega w \\ & s. a.: w' \mathbf{1} = 1 \end{aligned}$$

Onde  $w$  é um vetor coluna  $N \times 1$  que representa o portfólio e define a porcentagem da riqueza que será investida em cada ação;  $\Omega$  é a matriz de variância covariância; e  $\mathbf{1}$  é um vetor coluna unitário.

O portfólio de variância mínima global possui poucas exigências de estimativas, sendo necessária apenas a estimação da variância e covariâncias dos retornos dos ativos. A variância possui melhor condições para convergência em amostras finitas do que a média.

**(b) Portfólio Tangente (Tangency Portfólio - Tan)**

O portfólio tangente é o portfólio que maximiza a razão de Sharpe. O portfólio tangente é a escolha ótima do problema de investimento em ativos de risco para uma carteira com o ativo livre de risco e o portfólio de ativos arriscados. O portfólio tangente é expresso pelo problema de otimização:

$$\max_{\{w\}} \frac{w' \mu - R_f}{\sqrt{w' \Omega w}}$$

$$s. a.: w' \mathbf{1} = 1$$

Onde, como antes  $w$  é o vetor coluna  $N \times 1$  que define a escolha do portfólio;  $\mu$  é um vetor  $N \times 1$  dos retornos esperados;  $\Omega$  é a matriz de variância covariância de dimensão  $N \times N$ ;  $R_f$  é a taxa de juros livre de risco; e  $\mathbf{1}$  um vetor coluna unitário.

Os portfólios frequentemente são otimizados com restrição de pesos não negativos, tal que não são permitidas operações de venda a descoberto. Isto ocorre porque as operações de venda a descoberto trazem mais risco a operação no mercado.

Como vemos acima a escolha dos portfólios depende do vetor de retornos esperados e da matriz de variância covariância dos retornos das ações. Considerando os estimadores com mudança de regime, podemos desenvolver duas estratégias para investimento de portfólio:

(i) *Otimização do portfólio com estimadores do modelo com mudança de regime*, usando as expectativas da média e da matriz de variância em cada regime ponderada pela probabilidade prevista do regime. Este é a escolha dos estimadores que minimizam o erro quadrático médio de previsão (HAMILTON, 1994).

(ii) *Otimização do portfólio com as estimativas do estado inferido do regime*, baseado na probabilidade prevista do regime. Assumindo o mercado financeiro apenas com os estados de alta e baixa, um o investidor pode inferir que o próximo estado será de alta sempre que a probabilidade prevista do regime for maior ou igual a meio,  $P\{S_{t+1} = 2\} \geq 0,50$ . Desta forma otimizamos os portfólios apenas com a estimativa do vetor de retorno esperado e da matriz de variância e covariância no estado inferido para o próximo período.

O uso dos modelos com mudança de regime para inferir o estado da economia ou do mercado financeiro é uma aplicação derivada do modelo com mudança de regime. Hamilton (1989) aplica os modelos com mudança de regime para taxa de crescimento do PIB com o objetivo de identificar os períodos de crise e expansão na economia americana, onde os estados de recessão e expansão são semelhantes com a datação de crises do renomado instituto de pesquisas econômicas NBER.

#### **4. Estimação do Modelo com Mudança de Regime para Ações da Bolsa de Valores de São Paulo**

Para análise dos portfólios iremos considerar as alocações sobre as principais ações negociadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (Bovespa) entre 02/01/2009 e 29/12/2016. O índice Ibovespa reúne as ações com maior volume de negociação na Bolsa em uma carteira ponderada pelo valor de mercado, com rebalanceamento trimestral da sua composição. A taxa de juros livre de risco foi considerada como a taxa do cdi.

Nos estudos de desempenho dos portfólios um problema recorrente é o viés de seleção quando efetuamos alocações sobre um conjunto de diferentes ações ao longo do tempo. Este viés é chamado de viés de sobrevivência na análise de desempenho de fundos, influenciando o resultado do desempenho considerando apenas os fundos que permanecem no mercado. De forma semelhante eliminamos as ações de pior desempenho se, por exemplo, o conjunto de ações objeto de alocação varia incorporando apenas as ações que fazem parte do índice de mercado em cada período.

Neste trabalho consideramos apenas as ações que permaneceram em todas as composições do Ibovespa entre o início 2009 e final de 2016. Desta forma controlamos o viés de seleção, pois mantemos fixo o conjunto de ações na otimização do portfólio.

As alocações são realizadas sobre 26 ações: BBAS3, BBDC4, BRAP4, BRKM5, BVMF3, CCRO3, CMIG4, CPFE3, CPLE6, CSAN3, CSNA3, CYRE3, EMBR3, GGBR4, GOAU4, ITSA4, JBSS3, LAME4, LREN3, NATU3, PETR3, PETR4, SBSP3, USIM5, VALE3, VALE5. Desta forma realizamos as alocações sobre o núcleo resistente de ações do Ibovespa, considerando 26 ações de 24 empresas que estiveram presentes em todas as suas carteiras teóricas, enquanto que no período analisado o Ibovespa continha ações de um número entre 55 e 68 empresas.

Pelas estimativas do modelo de distribuição normal multivariada com mudança de regime (Tabela 1), os retornos das ações são caracterizados com dois regimes: um primeiro regime, com menor retorno médio para maioria das ações e menor volatilidade; e um segundo regime, com predominância de maior retorno médio e maior volatilidade. Os regimes possuem alta recorrência, uma vez que entramos no regime de baixa temos 93% de probabilidade de permanecer no regime de baixa e expectativa de duração de 15,27 dias, enquanto que uma vez que entramos no regime de alta temos 86% de probabilidade de permanecer em alta com duração esperada de 7,01 dias.

O mercado de ações Brasileiro tem passado por fortes quedas após a recuperação da crise sub-prime, com grande instabilidade decorrente de crises financeiras, econômica e política. Desta forma, a maior probabilidade de recorrência do regime de baixa do mercado financeiro é aderente ao registro dos dados históricos observados.

Os retornos das ações acompanha o desempenho do Ibovespa no período 2009-2016, que apresentou alta de 70,13% durante o ano de 2009 com a recuperação da crise sub-prime, crescimento de 5,40% em 2012 e de 42,19% em 2016. Nos demais anos o Ibovespa apresenta quedas acumuladas durante o ano: 2010 queda de 1,06%; 2011 queda de 18,88%; 2013 queda de 17,65%; 2014 queda de 0,66% e 2015 queda de 10,64%. Podemos observar pelo gráfico dos retornos (Gráfico 1, painel superior) que os anos de alta mais expressivas, 2009 e 2016, as séries foram acompanhadas por maior volatilidade.

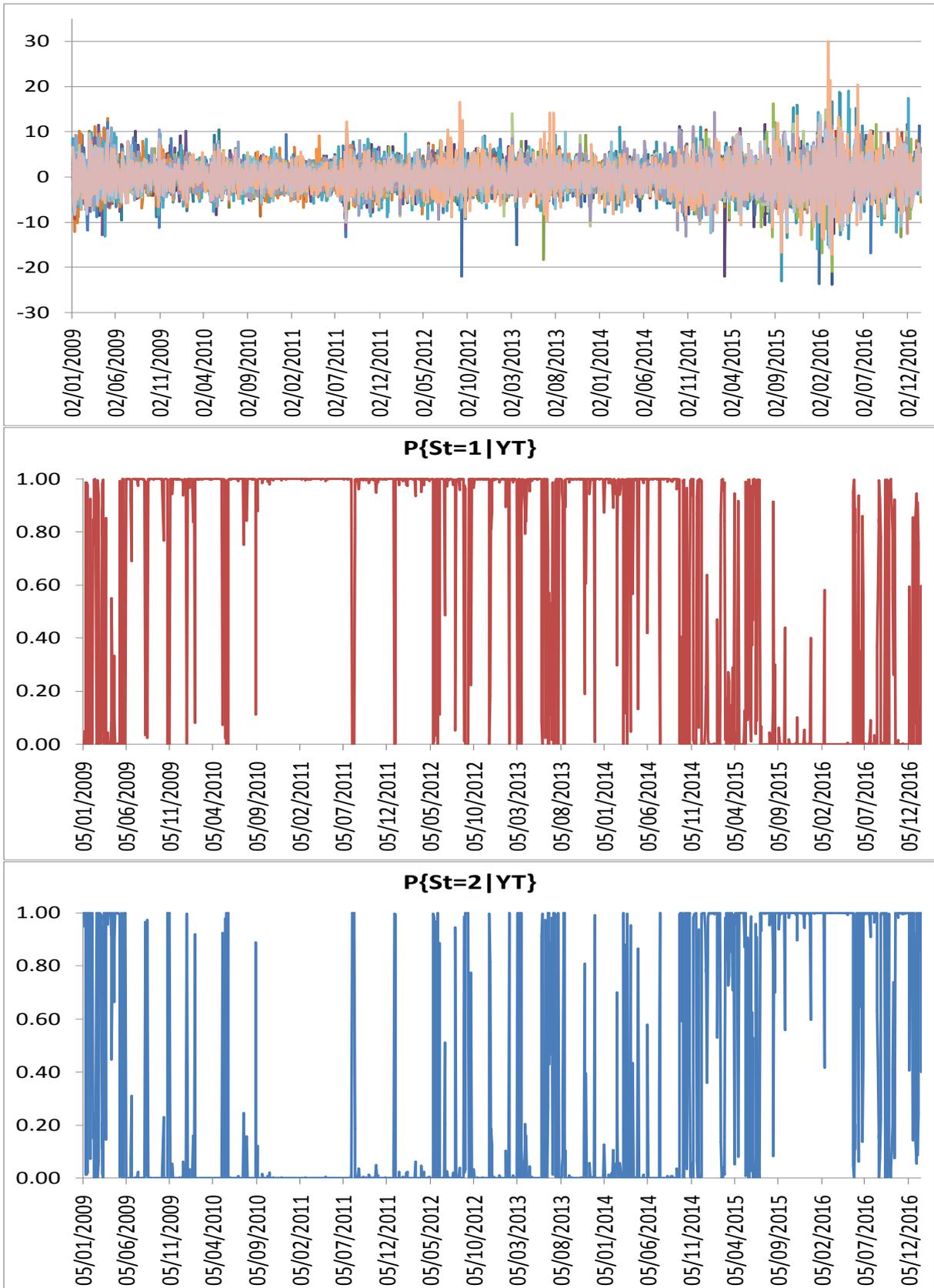
As probabilidades suavizadas (Gráfico 1, painel do meio e inferior) indica o estado de alta com maior probabilidade em 2009 e no meio de 2015 até 2016. Entre 2010 até o final de 2014 temos predominância da probabilidade do estado de baixa das ações, enquanto até o meio de 2015 não tem predomínio de um estado. A grande incerteza no mercado de ações fica caracterizada pela grande seqüência de períodos de baixa, e mesmo nos períodos com predominância de alta ocorrem transições para baixa.

**Tabela 1. Estimativas: Distribuição Normal Multivariada com Mudança de Regime.**

|              | <b>RetBBAS3</b> | <b>RetBBDC4</b> | <b>RetBRAP4</b> | <b>RetBRKM5</b> | <b>RetBVMF3</b> | <b>RetCCRO3</b> | <b>RetCMIG4</b> | <b>RetCPFE3</b> | <b>RetCPLE6</b> |
|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\mu$ (1)    | -0.0032979      | 0.025882        | -0.098386       | 0.010796        | -0.050559       | 0.065089        | 0.072154        | 0.024903        | 0.053205        |
| $\mu$ (2)    | 0.20748         | 0.12054         | 0.2816          | 0.31032         | 0.32996         | 0.062226        | -0.082092       | 0.092727        | -0.030787       |
| $\sigma$ (1) | 1.9395          | 1.6118          | 1.9373          | 2.1946          | 2.1             | 1.7147          | 1.7172          | 1.4441          | 1.6595          |
| $\sigma$ (2) | 3.5249          | 2.6468          | 3.8078          | 3.3127          | 2.7576          | 2.6555          | 3.4944          | 2.1802          | 2.8807          |
|              | <b>RetCSAN3</b> | <b>RetCSNA3</b> | <b>RetCYRE3</b> | <b>RetEMBR3</b> | <b>RetGGBR4</b> | <b>RetGOAU4</b> | <b>RetITSA4</b> | <b>RetJBSS3</b> | <b>RetLAME4</b> |
| $\mu$ (1)    | 0.008818        | -0.20342        | -0.070683       | 0.07064         | -0.13875        | -0.13759        | 0.0048452       | 0.027911        | 0.086731        |
| $\mu$ (2)    | 0.2326          | 0.46722         | 0.2217          | -0.041502       | 0.27971         | 0.10743         | 0.15502         | 0.094151        | 0.091709        |
| $\sigma$ (1) | 1.8548          | 2.2118          | 2.3775          | 1.8982          | 2.0311          | 2.0965          | 1.6556          | 2.6616          | 1.9929          |
| $\sigma$ (2) | 2.9742          | 4.9243          | 3.1051          | 2.7202          | 3.8952          | 4.4551          | 2.5277          | 3.6539          | 2.527           |
|              | <b>RetLREN3</b> | <b>RetNATU3</b> | <b>RetPETR3</b> | <b>RetPETR4</b> | <b>RetSBSP3</b> | <b>RetUSIM5</b> | <b>RetVALE3</b> | <b>RetVALE5</b> |                 |
| $\mu$ (1)    | 0.084324        | 0.0066369       | -0.14161        | -0.11847        | 0.076114        | -0.19118        | -0.10791        | -0.090477       |                 |
| $\mu$ (2)    | 0.16371         | 0.074186        | 0.25239         | 0.2265          | 0.065378        | 0.25815         | 0.2972          | 0.27883         |                 |
| $\sigma$ (1) | 2.09            | 1.7472          | 2.042           | 1.9902          | 1.8824          | 2.4618          | 1.8198          | 1.7201          |                 |
| $\sigma$ (2) | 2.5541          | 2.6094          | 4.0424          | 3.9879          | 2.6947          | 5.0754          | 3.9449          | 3.6612          |                 |

**Matriz de Probabilidades de Transição**

|          | Regime 1 | Regime 2 |
|----------|----------|----------|
| Regime 1 | 0.9345   | 0.0655   |
| Regime 2 | 0.1427   | 0.8573   |



**Gráfico 1:** (a) Retornos das Ações; (b) Probabilidade Suavizada do Regime 1; (c) Probabilidade Suavizada do Regime 2.

## 5. Desempenho dos Portfólios

Os portfólios são alocados para fora da amostra de estimação, considerando rebalanceamento mensal com uma janela móvel de três anos de retornos diários para estimação dos insumos da carteira. Os portfólios são otimizados entre janeiro de 2012 a dezembro de 2016 totalizando 60 alocações. Os portfólios são definidos sempre para o mês seguinte usando dados dos retornos diários de três anos imediatamente anteriores a última observação inclusive, usados na estimação da média e matriz de variância-covariância. Cada portfólio é mantido durante um mês, no último dia do mês apura-se o retorno realizado sobre o investimento.

São comparados o desempenho de 9 carteiras, com e sem restrições a operações de venda a descoberto. Seis carteiras não permitem operações de venda a descoberto: *Wmvp*, portfólio de variância mínima global com estimativas amostrais; *WmvpMs*, portfólio de variância mínima global com estimativas com mudança de regime; *WmvpP*, portfólio de variância mínima global com estimativas do estado inferido; *Wtan*, portfólio tangente com estimativas amostrais; *WtanMs*, portfólio tangente com estimativas com mudança de regime; *WtanP*, portfólio tangente com estimativas do estado inferido.

As carteiras sem restrição a operações de venda a descoberto foram analisadas apenas para o portfólio de variância mínima global, por apresentarem resultados mais bem comportados (pesos em magnitudes razoáveis e retornos estáveis). Três carteiras permitem operações de venda a descoberto: *WmvpU*, que considera estimadores amostrais; *WmvpUMs*, que considera estimativas com mudança de regime; *WmvpUP*, que considerar estimativas para o estado baseado na probabilidade inferida.

O desempenho dos portfólios acompanha os resultados do Ibovespa. No ano 2012 e 2016 o Ibovespa apresentou alta e os rendimentos dos portfólios foram melhores. Nos anos 2013 a 2015 o Ibovespa apresentou queda e os rendimentos foram piores. Na sub-amostra dos anos 2012 e 2016 o melhor desempenho foi do portfólio tangente com estimativas com mudança de regime que possui maior razão de Sharpe (Tabela 2), seguido do portfólio tangente com probabilidade inferida. O portfólio tangente com mudança de regime possui o maior retorno esperado e também o maior risco, em termos de razão de Sharpe mensurado pelo excesso de retorno sobre a taxa de juros livre de risco dividido pelo desvio padrão seria a melhor escolha de portfólio de ativos arriscados.

O portfólio de variância mínima global na sub-amostra dos anos de 2012 e 2016 é o terceiro melhor portfólio em termos de razão de Sharpe. Enquanto o portfólio tangente teve uma melhora com as estimativas com mudança de regime o portfólio de variância mínima global desempenhou pior quando foram empregadas as estimativas com mudança de regime. O portfólio de variância mínima global depende diretamente apenas das estimativas de variância e covariâncias, por outro lado o portfólio tangente depende diretamente de estimativas da média. As estimativas da média possuem comportamento dinâmico e adaptativo nos modelos com mudança de regime, sendo particularmente aperfeiçoadas e explicando o aprimoramento do portfólio tangente em relação ao uso de estimativas do estimador da média amostral.

Os investimentos em ativos de risco são muito prejudicados com a queda do mercado financeiro, com o conjunto das ações tendo queda de preço torna-se complexo compor uma combinação de ações em uma carteira para realizar ganho. Refletindo o desempenho ruim do mercado financeiro todos os portfólios apresentaram retorno médio abaixo da taxa de juros livre de risco na sub-amostra 2013-2015, nesta situação a razão de Sharpe torna-se negativa.

**Tabela 2 – Estatísticas Descritivas dos Retornos Mensais dos Portfólios em Intervalos Selecionados.**

|               | 2012 e 2016 |             |               |               |              |              |              |                |               |           |
|---------------|-------------|-------------|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------|----------------|---------------|-----------|
|               | <i>Wmvp</i> | <i>Wtan</i> | <i>WmvpMs</i> | <i>WtanMs</i> | <i>WmvpP</i> | <i>WtanP</i> | <i>WmvpU</i> | <i>WmvpUMs</i> | <i>WmvpUP</i> | <i>Rf</i> |
| média         | 0.0101      | -0.0041     | 0.0096        | 0.0283        | 0.0100       | 0.0276       | 0.0091       | 0.0079         | 0.0073        | 0.0088    |
| variância     | 0.0023      | 0.0084      | 0.0021        | 0.0244        | 0.0021       | 0.0244       | 0.0018       | 0.0018         | 0.0018        | 0.0000    |
| desvio padrão | 0.0480      | 0.0917      | 0.0459        | 0.1563        | 0.0460       | 0.1562       | 0.0430       | 0.0429         | 0.0426        | 0.0024    |
| SR anualizada | 0.0976      | -0.4859     | 0.0621        | 0.4334        | 0.0934       | 0.4188       | 0.0270       | -0.0691        | -0.1160       |           |
|               | 2013 a 2015 |             |               |               |              |              |              |                |               |           |
|               | <i>Wmvp</i> | <i>Wtan</i> | <i>WmvpMs</i> | <i>WtanMs</i> | <i>WmvpP</i> | <i>WtanP</i> | <i>WmvpU</i> | <i>WmvpUMs</i> | <i>WmvpUP</i> | <i>Rf</i> |
| média         | -0.0026     | -0.0023     | -0.0020       | -0.0184       | -0.0013      | -0.0123      | -0.0002      | -0.0004        | 0.0002        | 0.0083    |
| variância     | 0.0026      | 0.0027      | 0.0026        | 0.0048        | 0.0023       | 0.0064       | 0.0026       | 0.0027         | 0.0026        | 0.0000    |
| desvio padrão | 0.0505      | 0.0516      | 0.0506        | 0.0694        | 0.0482       | 0.0798       | 0.0514       | 0.0516         | 0.0506        | 0.0018    |
| SR anualizada | -0.7467     | -0.7116     | -0.7091       | -1.3324       | -0.6921      | -0.8955      | -0.5774      | -0.5845        | -0.5576       |           |

Nota: SR denota a razão de Sharpe (Sharpe Ratio).

Os portfólios com operações de venda a descoberto não tiveram bom desempenho na sub-amostra dos anos de 2012 e 2016 nas estatísticas sobre seus retornos mensais, possuindo razão de Sharpe inferior as correspondentes com restrição a vendas a descoberto. Porém durante os anos de baixa no mercado financeiro apresentaram os maiores retornos médios, embora menores do que a taxa de juros livre de risco.

O rendimento acumulado realizado acompanha o desempenho do mercado e varia de comportamento em cada ano nos diferentes portfólios. Durante o período de baixa do mercado financeiro entre 2013 a 2015, os portfólios com operação de vendas a descoberta possuem os melhores resultados. Com os preços das ações em queda a venda a descoberto se torna uma oportunidade rentável, com a possibilidade de recomprar as ações a preços mais baixos do que no momento que foram “alugadas” junto a corretora. Desta forma consegue-se lucrar com a diferença do fluxo de caixa entre o momento de venda a descoberto e recompra para fechar a posição descoberta.

Pela análise da Tabela 3 podemos observar que o nos anos de 2012 e 2016 o maior rendimento acumulado foi obtido com o portfólio tangente com mudança de regime, que considerando o rendimento acumulado em 2012 acumulado com o resultado de 2016 obtém 51,34% de rendimento. No ano de 2012 o maior rendimento é do portfólio tangente com estimativas amostrais, mas em 2016 o seu desempenho cai substancialmente. Em 2016 o maior rendimento é do portfólio tangente com probabilidade inferida.

Considerando o período de baixa no mercado financeiro, em 2013 o maior rendimento acumulado é do portfólio tangente com probabilidade inferida. Em 2014 o maior rendimento é do portfólio de variância mínima com estimativas com mudança de regime e com operações de venda a descoberto. Em 2015 o maior rendimento é do portfólio tangente com estimativas amostrais seguido da carteira de variância mínima com probabilidade inferida e venda a descoberto. Para o conjunto do período de baixa os portfólios com estimativas com mudança de regime e operações de venda a descoberto apresentaram-se as alternativas com melhor desempenho.

O maior rendimento dos portfólios com mudança de regime, seja com estimadores com mudança de regime ou probabilidades inferidas, ocorre em 2016 quando temos grande incerteza. Apesar da predominância do regime de alta ocorrem muitas transições para o regime de baixa, compatível com os eventos da crise política.

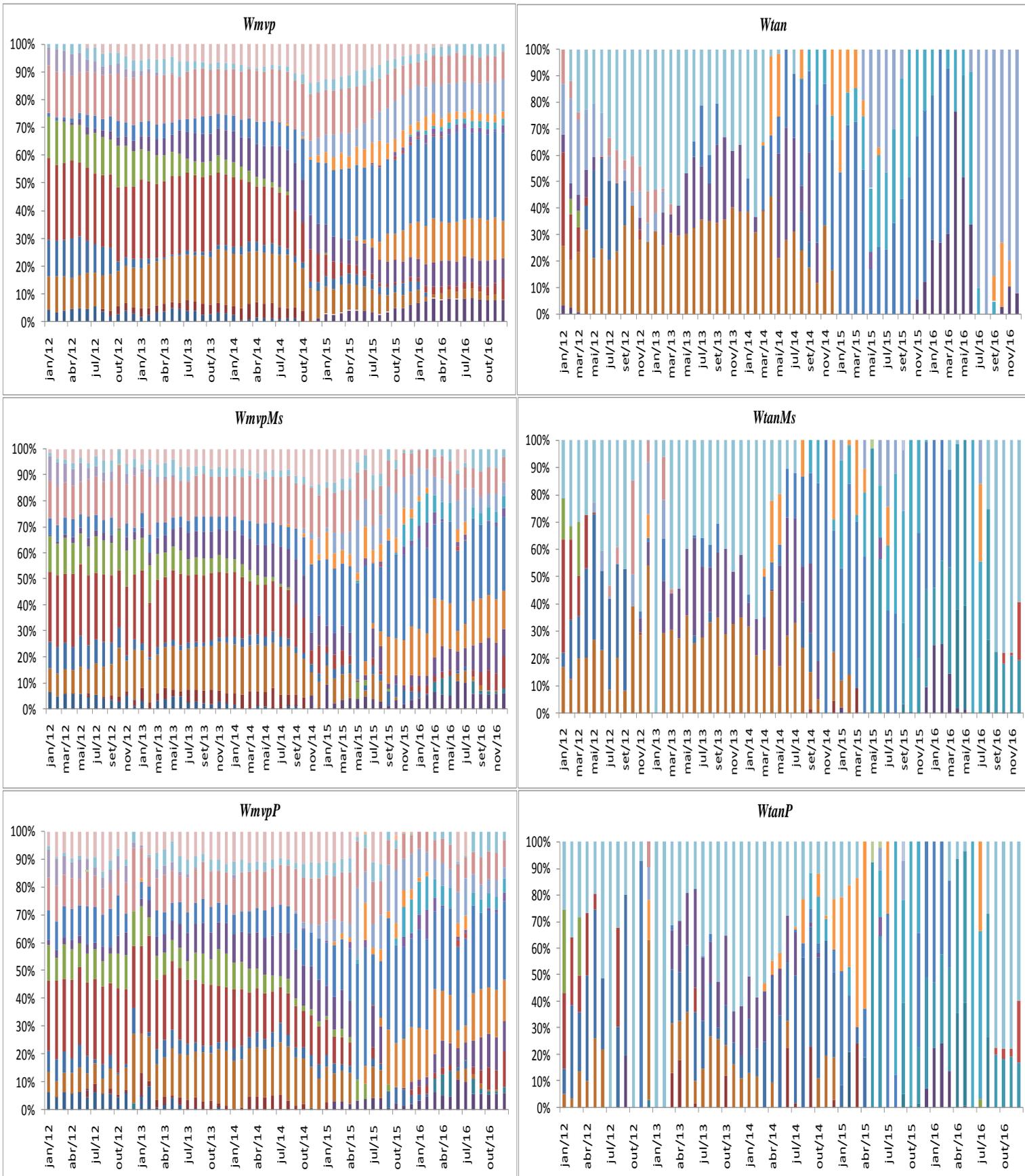
Melhorando a rentabilidade tanto do portfólio de variância mínima global quanto do portfólio tangente, com resultados que são mais expressivos para o portfólio tangente.

**Tabela 3 – Rendimento Acumulado Anual dos Portfólios.**

| Ano  | $W_{mvp}$ | $W_{mvpMs}$ | $W_{mvpP}$ | $W_{tan}$ | $W_{tanMs}$ | $W_{tanP}$ | $W_{mvpU}$ | $W_{mvpUMs}$ | $W_{mvpUP}$ |
|------|-----------|-------------|------------|-----------|-------------|------------|------------|--------------|-------------|
| 2012 | 1.1665    | 1.1358      | 1.1301     | 1.3172    | 1.277       | 1.2214     | 1.1993     | 1.171        | 1.1662      |
| 2013 | 0.9202    | 0.9223      | 0.9605     | 0.8761    | 0.8797      | 1.087      | 0.8695     | 0.8763       | 0.8833      |
| 2014 | 0.9669    | 0.9825      | 0.9596     | 0.916     | 0.8964      | 0.9085     | 1.0648     | 1.0752       | 1.0574      |
| 2015 | 0.9798    | 0.9812      | 0.994      | 1.0952    | 0.5919      | 0.5756     | 1.0236     | 1.0002       | 1.0307      |
| 2016 | 1.0635    | 1.0808      | 1.0968     | 0.6191    | 1.1851      | 1.2191     | 1.0148     | 1.0099       | 1.0004      |

Os portfólios com uso das estimativas com mudança de regime e probabilidades inferidas do estado do mercado financeiro demonstraram-se estratégias efetivas para maximizar a rentabilidade dos investidores. As estimativas com mudança de regime tornaram os portfólios com maior magnitude de alteração das posições sobre as ações na carteira ao longo do tempo, em determinados períodos ficam mais concentrados e em outros mais diversificados em comparação as carteiras com estimativas amostrais, como podemos ver no conjunto de Gráficos 2. Os portfólios com probabilidades inferidas apresentam modificações mais pronunciadas em sua composição ao longo do tempo.

Embora a maior alteração da composição das carteiras ao longo do tempo possa implicar em maior custo de transação que reduziria o rendimento líquido, grandes operadores no mercado conseguem atuar com baixos custos de transação. Desta forma, os portfólios analisados são uma opção interessante principalmente para os grandes players no mercado.



**Gráfico 2. Composição dos Portfólios com Restrição a Operações de Venda a Descoberto.**

## 6. Considerações Finais

O mercado financeiro transita ao longo do tempo por períodos de alta e baixa dos preços das ações, comportamento que pode ser descrito pelos modelos de série de tempo com mudança de regime. O objetivo do artigo foi avaliar o efeito de estimativas com mudança de regime e de estratégias baseadas em probabilidades inferidas sobre o desempenho dos portfólios.

Duas estratégias para o uso das estimativas do risco e retorno dos ativos foram postuladas a partir dos modelos com mudança de regime. Uma plugava nos portfólios de variância mínima global e no portfólio tangente os estimadores com mudança de regime, o valor esperado dos momentos ponderados pelas probabilidades previstas dos regimes. A outra considerava a probabilidade prevista do regime e inferia que o estado do mercado financeiro estava em alta quando a probabilidade prevista do regime fosse maior ou igual que 0,50 e em baixa caso contrário, usando na otimização do portfólio apenas os momentos associados ao estado previsto.

O mercado financeiro brasileiro durante o período apresentou forte queda, identificamos maior número de observações no estado de baixa em relação às observações no estado de alta. Este resultado é corroborado pela forte queda do Ibovespa durante o período 2009-2016, com recuperação apenas no final da série coincidindo com o estado de alta inferido com maior frequência para esta parte da amostra.

Os resultados encontrados indicaram que o portfólio tangente foi aprimorado com uso dos estimadores com mudança de regime, sendo o portfólio com melhor desempenho nos períodos de alta do mercado financeiro. O portfólio de variância mínima global foi pouco afetado pelo uso das estimativas com mudança de regime. Isto pode ser explicado porque o portfólio tangente depende diretamente de estimativas dos retornos esperados, estimativas que são difíceis de serem obtidas principalmente com mudanças de comportamento dos retornos das ações entre os estados de alta e baixa do mercado financeiro.

Mesmo com a grande instabilidade do mercado de ações os portfólios propostos realizaram maior rendimento no período de alta. Durante os períodos de baixa, os portfólios com operações de venda a descoberto e estimativas com mudança de regime apresentaram melhor rendimento.

**Referências Bibliográficas**

ALMEIDA, N. M. C. G. de; VALLS PEREIRA, P. L. Modelos de Mudança de Regime: Uma Aplicação em Finanças Empíricas. CEQEF/FGV-SP, Texto de discussão, 2002.

CHAN, L. K. C.; KARCESKI, J.; LAKONISHOK, J. On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model. *The Review of Financial Studies*, v.12, n.5, 1999.

DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy? *The Review of Financial Studies*, v.22, n.5, 2009.

DEMIGUEL, V.; NOGALES, F. J. Portfolio Selection with Robust Estimation. *Operations Research*, v.57, n.3, 2009.

FRANSES, P. H.; DIJK, D. V. *Non Linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press, 2000.

HAMILTON, J. D. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, 1994.

HAMILTON, J. D. A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*, v.57, n.2, 1989.

HAMILTON, J. D.; SUSMEL, R. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime. *Journal of Econometrics*, v.64, n.2, 1994.

KIM, C.-J.; NELSON, C. R. *State-Space Models with Regime Switch: Classical and Gibb-sampling Approaches with Applications*. MIT Press, 1999.

KLAASSEN, F. Improving GARCH Volatility Forecasts With Regime Switching GARCH. *Empirical Economics*, v.27, n.2, 2002.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix. *The Journal of Portfolio Management*, v.30, n.4, 2004.

MENDES, F. H. de P. e S.; MOURA, G. V.; CALDEIRA, J. F. Evidencia de Bull e Bear Market no Índice Bovespa: Uma Aplicação de Regime Markoviano com Dependência de Duração. *Revista Brasileira de Econometria*, v.36, n.2, 2016.

MICHAUD, R. O.; MICHAUD, R. O. *Efficient Portfolio Management: A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation*. Second Edition: Oxford University Press, 2008.

OLIVEIRA, A. B.; VALLS PEREIRA, P. L. Mudanças de Regime e Persistência dos Choques Sobre a Volatilidade para a Série de Preços do Petróleo. *39º Encontro Nacional dos Centros de Pós Graduação em Economia - ANPEC*, 2011.

OLIVEIRA, A. B.; VALLS PEREIRA, P. L. Alocação de Portfólio com Mudança de Regime: Fronteira Eficiente e Portfólio Tangente com Mudança de Regime. 36º *Encontro Brasileiro de Econometria*, 2014.

SANTANA, R. M.; BUENO, R. de L. da S. SWARCH e Volatilidade Implícita no Câmbio do Real/USD. *Revista Brasileira de Finanças*, v.6, n.2, 2008.

SHARPE, W. F. A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, v.9, n.2, 1963.

SILVA, O. C. da; ZIEGELMANN, F. A.; DUEKER, M. J. Modeling dependence dynamics through copulas with regime switching. *Insurance: Mathematic and Economics*, v.50, 2012.

TSAY, R. S. *Analysis of Financial Time Series*. Third Edition: John Wiley & Sons, 2010.

VALLS PEREIRA, P. L. V.; HOTTA, L. K.; SOUZA, L. A. R. de; ALMEIDA, N. M. C. G. de. Alternative Models to Extract Asset Volatility: A Comparative Study. *Revista Brasileira de Econometria*, v.19, n.1, 1999.